Universidad de Buenos Aires		Facultad de Ingeniería		
2º Cuatrimestre 2010	75.12 - Análisis Numérico I. Curso 008	Parcial. Primera Oportunidad.	Tema 1	Nota
Padrón	Apellido y Nombres			

Ejercicio 1. A partir de los datos de la tabla se han tomado algunos puntos en orden para construir la matriz de un ajuste polinómico por Cuadrados Mínimos y el vector B de una interpolación SPLINE; y calcular f'(x1) = N4(h). Asimismo, con los puntos indicados en cada caso, se ha calculado un Polinomio de Newton y un coeficiente de Lagrange Baricéntrico.

i	0	1	2	3	4	5	6
Xi	1,50	?	?	?	?	?	?
Yi	?	6,0	?	6,510	?	8,160	?

$$A = \begin{vmatrix} 4 & 7{,}65 & nd \\ 7{,}65 & nd & nd \\ nd & nd & nd \end{vmatrix} \qquad B = \begin{vmatrix} 0 \\ 1{,}650 \\ 0{,}30 \\ 0 \end{vmatrix}$$

W0 (0,1,6) = 1,00 N1(h) = 5,40 PN (x) = y6 + 6,90 . (x-x6) + 1,00 . (x-x6) . (x-x5)

a) Aprovechando la información de la extrapolación de Richardson, hallar el paso h utilizado
b) Incorporando la información de Cuadrados Mínimos y Lagrange Baricéntrico, hallar los xi faltantes
c) Con los coeficientes del Polinomio de Newton, hallar y4 e y6
d) Con la información de SPLINE, hallar y0 e y2
e) Indique en cada método de ajuste o interpolación involucrado, la cantidad de puntos utilizados así como el grado y la cantidad de los polinomios que resultan. ¿Cómo es el término de error de N4(h)?

Ejercicio 2. Sean la función f(t) y la matriz Tj de Jacobi correspondiente a un SEL de la forma A.x = B:

$$Tj1 := \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{5} & 0 & 0 \\ \frac{1}{f(t)} & 0 & \frac{2}{f(t)} & 0 \\ 0 & \frac{3}{5} & 0 & \frac{1}{5} \\ 0 & 0 & \frac{2}{3} & 0 \end{pmatrix} \qquad f(t) := e^{-t} \cdot t^{3} + t$$

a) Indicar bajo qué condiciones converge este método, en término de A y de Tj
b) Proponga un vector B, un vector solución inicial no nulo y realice una iteración del método.
c) Obtener un valor de t en [1,3] que represente un límite para una rápida convergencia, aplicando para ello un método de refinamiento.
d) Estimar Cp por perturbaciones experimentales para f(t) en t=5 con una perturbación del 2%
e) Estimar Te por perturbaciones experimentales para f(t) en t=5 adoptando aritméticas de 6 y 8 dígitos

Ejercicio 3. El Método de los Gradientes Conjugados requiere que la matriz A de coeficientes de un sistema de ecuaciones lineales sea simétrica definida positiva. Suponga que para un sistema dado A . x = B conoce los autovaloresde A y que $A = A^T$. ¿Qué condición deben cumplir esos autovalores para que la matriz sea simétrica definida positiva? Justifique su respuesta.

____

Firma

Universidad de Buenos Aires		Facultad de Ingeniería		
2º Cuatrimestre 2010	75.12 - Análisis Numérico I. Curso 008	Parcial. Primera Oportunidad.	Tema 2	Nota
Padrón	Apellido y Nombres			

Ejercicio 1. A partir de los datos de la tabla se han tomado algunos puntos en orden para construir la matriz de un ajuste polinómico por Cuadrados Mínimos y el vector B de una interpolación SPLINE; y calcular f'(x1) = N4(h). Asimismo, con los puntos indicados en cada caso, se ha calculado un Polinomio de Newton y un coeficiente de Lagrange Baricéntrico.

i	0	1	2	3	4	5	6
Xi	2,50	?	?	?	?	?	?
Yi	?	12,0	?	12,710	?	14,960	?

$$A = \begin{vmatrix} 5 & 14{,}85 & nd \\ 14{,}85 & nd & nd \\ nd & nd & nd \end{vmatrix} \qquad B = \begin{vmatrix} 0 \\ 1{,}650 \\ 0{,}30 \\ 0 \end{vmatrix}$$

W0 (0,1,6) = 1,00 N1(h) = 7,40 PN (x) = y6 + 8,90 . (x-x6) + 1,00 . (x-x6) . (x-x5)

a) Aprovechando la información de la extrapolación de Richardson, hallar el paso h utilizado
b) Incorporando la información de Cuadrados Mínimos y Lagrange Baricéntrico, hallar los xi faltantes
c) Con los coeficientes del Polinomio de Newton, hallar y4 e y6
d) Con la información de SPLINE, hallar y0 e y2
e) Indique en cada método de ajuste o interpolación involucrado, la cantidad de puntos utilizados así como el grado y la cantidad de los polinomios que resultan. ¿Cómo es el término de error de N4(h)?

Ejercicio 2. Sean la función f(t) y la matriz Tj de Jacobi correspondiente a un SEL de la forma A.x = B:

$$f(t) := e^{-t} \cdot t^{3} + t \qquad Tj2 := \begin{pmatrix} 0 & \frac{2}{7} & 0 & 0 \\ \frac{2}{f(t)} & 0 & \frac{1}{f(t)} & 0 \\ 0 & \frac{1}{4} & 0 & \frac{2}{4} \\ 0 & 0 & \frac{2}{5} & 0 \end{pmatrix}$$

a) Indicar bajo qué condiciones converge este método, en término de A y de Tj
b) Proponga un vector B, un vector solución inicial no nulo y realice una iteración del método.
c) Obtener un valor de t en [1,3] que represente un límite para una rápida convergencia, aplicando para ello un método de refinamiento.
d) Estimar Cp por perturbaciones experimentales para f(t) en t=4 con una perturbación del 1%
e) Estimar Te por perturbaciones experimentales para f(t) en t=4 adoptando aritméticas de 5 y 7 dígitos

Ejercicio 3. El Método de los Gradientes Conjugados requiere que la matriz de coeficientes de un sistema A.x=B, es decir, la matriz A, sea simétrica definida positiva. Explique y justifique por qué una forma de «precondicionar» el sistema para poder aplicar dicho método es el siguiente: $A^T . A . x = A^T .B$

____
Firma